

„ADOLF HAIMOVICI” ALKALMAZOTT MATEMATIKA VERSENY

KÖRZETI SZAKASZ

2020. február 8.

X . OSZTÁLY

(3 órás program)

- 1.) Adottak az $x = 7 + 5\sqrt{2}$, $y = 7 - 5\sqrt{2}$ valós számok.
- a) Igazold, hogy $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 2$.
- b) Igazold, hogy $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2}} \in \mathbb{Q}$.
- 2.) a) Igazold, hogy $\frac{1}{4} < \log_5 2 < \frac{1}{2}$
- b) Hasonlítsd össze az $A = \log_5 \sqrt{20}$ és $B = \log_{80} 64$ valós számokat!
- 3.) Legyen $E(x) = \frac{6}{9^x + 3}$, $x \in \mathbb{Z}$.
- a) Igazold, hogy $E(1-x) + E(x) = 2$, bármely $x \in \mathbb{Z}$ esetén.
- b) Számítsd ki az $E(-49) + E(-48) + \dots + E(50)$ összeget!
- 4.) a) Igazold, hogy $\left(\frac{a-i}{1+ai}\right)^{4n} + \left(\frac{a+i}{1-ai}\right)^{4n} = 2$, bármely $a \in \mathbb{R}$ és bármely $n \in \mathbb{N}$ esetén.
- b) Határozd meg a $z \in \mathbb{C}$ komplex számot, amelyre $|z| = |z-2| = 2$.

Megjegyzés:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 10 pontot ér.

Munkaidő 3 óra.